บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของโครงงาน

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์สามารถคิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนั้นคณิตศาสตร์ยังเป็นวิชาที่มีรูปแบบ นั่นคือ ความเป็นระเบียบในรูปแบบของการคิดทุกสิ่งที่มีรูปแบบสามารถถูกจัดได้ด้วยหลักการทางคณิตศาสตร์ เช่น คลื่นวิทยุ โครงสร้างของโมเลกุล และรูปร่างเซลของผึ้ง

ความสามารถในการหารูปแบบหรือรูปทั่วไปเป็นศักยภาพหนึ่งทางคณิตศาสตร์ที่จะฝึกผู้เรียนให้เป็นคนช่างสังเกต มองเห็นถึงความสัมพันธ์ของสิ่งที่สังเกตได้ ค้นหาลักษณะร่วมหรือลักษณะต่าง จนสรุปได้เป็นกฎเกณฑ์ การหารูปแบบมักไม่ตายตัว คิดได้หลากหลาย ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ จินตนาการ ความรู้พื้นฐานและการคิดของผู้เรียน การที่เราสามารถค้นหารูปแบบได้อาจจะนำไปสู่การค้นพบที่น่าสนใจ และสามารถนำไปประยุกต์เพื่อให้เกิดการเชื่อมโยงกับสิ่งต่างๆที่อยู่รอบตัว

คณะผู้จัดทำในฐานะที่เป็นส่วนหนึ่งของชุมนุมคณิตศาสตร์และกำลังศึกษาอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งได้เรียนรู้เนื้อหาเกี่ยวกับการคูณพหุนามได้ตั้งข้อสงสัยว่าจะมีวิธีการใดที่จะทำให้การหาผลคูณของพหุนามเป็นเรื่องที่สามารถทำได้ง่ายๆ ไม่ซับซ้อน จากปัญหาดังกล่าวทางคณะผู้จัดทำจึงมีความสนใจที่จะหารูปแบบการคูณพหุนามแบบใหม่ที่ง่ายต่อการหาคำตอบและสามารถนำไปใช้ได้จริง โดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการคูณพหุนาม ทั้งแนวนอนและแนวตั้ง รวมไปถึงเรื่องรูปแบบความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ เพื่อทำให้การคูณพหุนามสามารถทำได้ง่ายขึ้น สะดวกต่อการนำไปใช้ และเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการศึกษาต่อในระดับสูงต่อไป

วัตถุประสงค์

1. เพื่อหารูปแบบการคูณพหุนามกำลังสองอย่างง่ายโดยวิธีการใช้ตาราง
2. เพื่อนำรูปแบบการคูณพหุนามกำลังสองอย่างง่ายไปประยุกต์ใช้ในการคูณจำนวนหลักร้อย

สมมติฐาน

เมื่อศึกษาแล้วสามารถหารูปแบบการคูณพหุนามกำลังสองอย่างง่าย โดยวิธีการใช้ตารางได้และสามารถสรุปเป็นสูตรอย่างง่ายในการคูณพหุนามกำลังสองและการคูณจำนวนหลักร้อย

ขอบเขตการศึกษา

1. ศึกษาการหารูปแบบการคูณพหุนามกำลังสองอย่างง่ายโดยวิธีการใช้ตารางโดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์
2. ศึกษาวิธีการนำรูปแบบการคูณพหุนามกำลังสองอย่างง่ายไปประยุกต์ใช้ในการคูณจำนวนหลักร้อยหรือจำนวนที่มีค่าตั้งแต่ 100 – 999
3. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ศึกษา คือ การคูณพหุนาม และรูปแบบความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์
4. สถานที่ศึกษา โรงเรียนยางวิทยาคม อำเภอบรบือ จังหวัดมหาสารคาม

5. ระยะเวลาที่ใช้ในศึกษา 27 กรกฎาคม – 28 กันยายน 2559

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ทำให้ทราบถึงรูปแบบการคูณพหุนามกำลังสองอย่างง่ายโดยวิธีการใช้ตาราง
2. ทำให้ทราบถึงวิธีการนำรูปแบบการคูณพหุนามกำลังสองอย่างง่ายไปประยุกต์ใช้ในการคูณจำนวนหลักร้อยหรือจำนวนที่มีค่าตั้งแต่ 100 – 999
3. ทำให้นักเรียนเกิดความรัก ความสนใจและมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์
4. ทำให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ มีทักษะในการทำงานเป็นกลุ่มและเป็นการใช้เวลาว่างให้เกิดประโยชน์

บทที่ 2

เอกสารที่เกี่ยวข้อง

ในการจัดทำโครงงานคณิตศาสตร์ มหัศจรรย์การคูณพหุนามกำลังสอง ผู้จัดทำได้ศึกษาข้อมูลจากหนังสือวิชาคณิตศาสตร์ ค้นคว้าข้อมูลจากอินเตอร์เน็ต และขอคำปรึกษาจากคุณครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในหัวข้อต่อไปนี้

1. **การคูณ** คือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่ง ทำให้เกิดการเพิ่มหรือลดจำนวนจำนวนหนึ่งเป็นอัตรา การคูณเป็นหนึ่งในสี่ของการดำเนินการพื้นฐานของเลขคณิตมูลฐาน (การดำเนินการอย่างอื่นได้แก่ การบวก การลบ และการหาร)

การคูณสามารถนิยามบนจำนวนธรรมชาติว่าเป็นการบวกที่ซ้ำๆ กัน ตัวอย่างเช่น 3 คูณด้วย 4 (หรือเรียกโดยย่อว่า 3 คูณ 4) หมายถึงการบวกจำนวน 4 เข้าไป 3 ชุด ดังนี้

$$4 + 4 + 4= 12$$

สำหรับการคูณของจำนวนตรรกยะ (เศษส่วน) และจำนวนจริง ก็นิยามโดยกรณีทั่วไปที่เป็นระบบของแนวความคิดพื้นฐานดังกล่าว

การคูณอาจมองได้จากการนับวัตถุที่จัดเรียงกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (สำหรับจำนวนธรรมชาติ) หรือการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยกำหนดความยาวของด้านมาให้ (สำหรับจำนวนทั่วไป) ส่วนกลับของการคูณคือการหาร ในเมื่อ 3 คูณด้วย 4 เท่ากับ 12 ดังนั้น 12 หารด้วย 4 ก็จะเท่ากับ 3 เป็นต้น

โดยทั่วไปการคูณสามารถเขียนโดยใช้เครื่องหมายคูณ (×) ระหว่างจำนวนทั้งสอง (ในรูปแบบสัญกรณ์เติมกลาง) ตัวอย่างเช่น

$2 \times 3 = 6$ (อ่านว่า 2 คูณ 3 เท่ากับ 6)

$3 \times 4 = 12$

$2 \times 3 \times 5 = 6 \times 5 = 30$

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

2. พหุนาม (Polynomial) คือ นิพจน์ที่สามารถเขียนอยู่ในรูปเอกนามหรือผลบวกของบวกหรือการลบของเอกนามตั้งแต่ 2 เอกนามขึ้นไป

พหุนาม = เอกนาม$_1$ + เอกนาม$_2$ + เอกนาม$_3$ + ... เอกนาม$_n$

ตัวอย่าง

พหุนาม	เกิดจาก
$a + 2$	2 เอกนามบวกกัน
$x + xy$	2 เอกนามบวกกัน
$x^2 - 3x + 4$	เกิดจาก 3 เอกนามบวก-ลบกัน
$x^2 + xy - y^2 + 1$	เกิดจาก 4 เอกนามบวก-ลบกัน

ดีกรีหรือกำลังของพหุนาม ให้เอาดีกรีสูงสุดของเอกนามเป็นดีกรีของพหุนาม

ตัวอย่าง

พหุนาม	ดีกรีของพหุนาม	ดูจาก
$x^3 +5x^2$	3	x^3
$x^4 +x^2 -4$	4	x^4

$4 - x^4 + x^5$	5	x^5
$x^2y - 5x^2$	3	x^2y
$x^5 + x^4y^3$	7	x^4y^3
$a^2b + 4ab^2 - a^2b^2$	4	a^2b^2

3. การคูณพหุนาม

การคูณพหุนามสามารถใช้สมบัติการสลับที่ (commutative property) สมบัติการแจกแจง (distribution property) ได้เช่นเดียวกับการคูณจำนวนกับจำนวน

การพหุนามด้วยเอกนาม ทำได้โดยคูณเอกนามกับทุก ๆ พจน์ของพหุนาม แล้วนำผลคูณเหล่านั้นมาบวกกัน เช่น

$$(2x^2)\cdot(3x^2 - 4x + 5) \quad = \quad 6x^4 - 8x^3 + 10x^2$$

การคูณพหุนามด้วยพหุนาม ทำได้โดยคูณแต่ละพจน์ของพหุนามหนึ่งกับทุก ๆ พจน์ของอีกพหุนามหนึ่ง แล้วนำผลคูณเหล่านั้นมาบวกกัน เช่น

$$\begin{aligned}(2x^2 - 3)\cdot(2x^3 - 3x^2 + 4x) &= 4x^5 - 6x^4 + 8x^3 - 6x^3 + 9x^2 - 12x \\ &= 4x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 12x\end{aligned}$$

เพื่อความสะดวกในการหาผลคูณสำหรับพหุนามใด ๆ ที่มีจำนวนพจน์ตั้งแต่ 3 พจน์ขึ้นไป จะใช้วิธีการตั้งคูณ ซึ่งเวลาตั้งคูณตัวตั้งลงไปให้คำนึงถึงการเรียงลำดับดีกรีและตัวแปร ผลของการคูณนั้นควรจะเรียงลำดับดีกรีด้วย เช่น

$$P(x)\cdot Q(x) = (3x^4 + 5x^3 - 2x + 3)\cdot(2x^2 - x + 3) = 6x^6 + 7x^5 + 4x^4 + 11x^3 + 8x^2 - 9x + 9$$

$$\begin{array}{rrrrrrr}
 & & 3x^4 & +5x^3 & & -2x & +3 \\
 & & & & 2x^2 & -x & +3 \\
\hline
 & & 9x^4 & +15x^3 & & -6x & +9 \\
 & -3x^5 & -5x^4 & & +2x^2 & -3x & \\
6x^6 & +10x^5 & & -4x^3 & +6x^2 & & \\
\hline
6x^6 & +7x^5 & +4x^4 & +11x^3 & +8x^2 & -9x & +9
\end{array}$$

4. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning)

การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นวิธีการสรุปผลมาจากการค้นหาความจริงจากการสังเกตหรือการทดลองหลายครั้งจากกรณีย่อยๆ แล้วนำมาสรุปเป็นความรู้แบบทั่วไป หลักฐานและข้อเท็จจริงที่นำมาอ้างซึ่งได้แก่

1. จำนวนข้อมูล หลักฐานหรือข้อเท็จจริงที่นำมาเป็นข้อสังเกตหรือข้ออ้างมีมากพอกับการสรุปความหรือไม่
2. ข้อมูล หลักฐานหรือข้อเท็จจริง เป็นตัวแทนที่ดีในการให้ข้อสรุปหรือไม่

ข้อจำกัดของการให้เหตุผลแบบอุปนัย

1.ข้อสรุปที่ได้จากการให้เหตุผลแบบอุปนัยที่ยอมรับว่าเป็นจริงนั้นอาจจะเกิดข้อขัดแย้งกับข้อความที่เป็นเหตุเรายังไม่ได้อ้างไว้ก่อนเพราะข้อความที่เป็นเหตุยังมีอยู่อีกมากมีจำนวนไม่จำกัด

2.จากการสังเกตข้อเท็จจริงจากเหตุหรือสมมุติฐานในเหตุการณ์หรือตัวอย่างที่หามา แล้วนำมาสรุปเป็นการวางนัยทั่วไปอาจจะไม่ใช่ข้อสรุปที่ถูกต้องก็ได้เพราะอาจมีตัวอย่างที่ไม่เป็นไปตามข้อสรุปที่ได้มาใหม่แน่นอนกว่าทำให้ข้อสรุปนั้นผิดไป

3.ข้อสรุปที่มาจากการให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการวางนัยทั่วไปซึ่งไม่ได้ให้ความจริงกับเราได้ร้อยเปอร์เซ็นต์ข้อสรุปนี้อาจจะถูกต้องหรือผิดก็ได้และเป็นเพียงข้อสรุปที่มีความจริงว่าจะเป็นสิ่งที่จะถูกต้อง

5. ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คือ การแก้ปัญหา การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น การแสดงเหตุผล การนำเสนอและการสื่อสาร ความคิดสร้างสรรค์

1. ทักษะและกระบวนการแก้ปัญหา เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะรู้ ฝึกฝน และการพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียนปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบโดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์

รูปแบบกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya)

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหาเป็นการคิดเกี่ยวกับปัญหาและตัดสินว่าอะไรที่ต้องการค้นหา โดยผู้เรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและระบุส่วนที่สำคัญของปัญหา

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า นำความสัมพันธ์ที่ได้มาผสมผสานกับประสบการณ์ กำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นการลงมือปฏิบัติตามแผนหรือแนวทางที่วางไว้ อาจตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียด แล้วลงมือปฏิบัติจนได้ความสำเร็จ ถ้าไม่สำเร็จต้องค้นหาและทำการแก้ปัญหาจนสามารถแก้ปัญหาได้

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล เป็นการมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา เริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบและยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ใช้ มีคำตอบหรือยุทธวิธีอื่นในการแก้ปัญหานี้อีกหรือไม่

2. **ทักษะและกระบวนการ การให้เหตุผล** หมายถึง กระบวนการการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

รูปแบบการให้เหตุผล

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ เป็นการให้เหตุผลที่มาจากการใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิดหรือสามัญสำนึก

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลที่มาจากกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลายๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่า น่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริง เรียกข้อสรุปที่ได้ว่า ข้อความคาดการณ์

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่มาจากกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงอ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้นไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่

3.ทักษะการสื่อสาร และการนำเสนอ เป็น กระบวนการถ่ายทอดข่าวสารจากผู้ส่งสารไปยังผู้รับสารโดยนำเสนอผ่านช่องทางการสื่อสารต่าง ๆ ได้แก่ การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การดู การแสดงท่าทางโดยมีการใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาช่วยในการสื่อความหมายฯ

4.ทักษะและกระบวนการ การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็น กระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และความคิดสร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระและหลักการทางคณิตศาสตร์มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีเนื้อหาคณิตศาสตร์กับงานที่เกี่ยวข้องเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาและการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการ

คณะผู้จัดทำโครงงานคณิตศาสตร์จะกล่าวถึงวิธีการดำเนินงานและเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาดังนี้

1. ขั้นตอนการดำเนินงาน
2. เครื่องมือที่ใช้ในการคำนวณทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนการดำเนินงาน

ขั้นตอนการดำเนินงานประกอบด้วยขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ
2. ขั้นวางแผนการทำงาน
3. ขั้นลงมือปฏิบัติการ
4. ขั้นสรุปรายงานผล

1. ขั้นเตรียมการ

1) คณะผู้จัดทำโครงงานประกอบด้วยสมาชิก 3 คน คือ เด็กชายวัชรินทร์ สมสะอาด, เด็กหญิงอริศรา บุญช่วย และเด็กหญิงพรอินทร์ อุลนาจันทร์
2) คณะผู้จัดทำเลือกหัวข้อโครงงานที่ตนเองสนใจ และนำเสนอต่อครูที่ปรึกษาโครงงาน
3) คณะผู้จัดทำโครงงานและครูที่ปรึกษาโครงงาน ร่วมกันอภิปรายในหัวข้อโครงงานที่จะจัดทำและได้ข้อสรุปว่าจะจัดทำโครงงานเรื่อง “มหัศจรรย์การคูณพหุนามกำลังสอง”

2. ขั้นวางแผนการทำงาน

1) ศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับการคูณพหุนามด้วยพหุนาม รูปแบบความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์
2) ศึกษาเกี่ยวกับทักษะกระบวนการคิดและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

3. ขั้นลงมือปฏิบัติการ

3.1) หาผลคูณของพหุนามกำลังสองด้วยวิธีการต่างๆ โดยใช้โจทย์ที่กำหนดให้ ได้แก่ การคูณพหุนามกำลังสองในแนวนอน การคูณพหุนามกำลังสองในแนวตั้งและการคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตารางที่คณะผู้จัดทำสร้างขึ้นโดยคณะผู้จัดทำได้แยกการทดสอบออกเป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1ผลคูณของพหุนามกำลังสองที่มีสัมประสิทธิ์ของพหุนามกำลังสอง เป็นจำนวนเต็มบวก

<u>วิธีที่ 1 การคูณพหุนามกำลังสองในแนวนอน</u>ทำได้โดยการคูณแต่ละพจน์ของพหุนามหนึ่งกับทุกๆ พจน์ของอีกพหุนามหนึ่งแล้วนำผลคูณเหล่านั้นมาบวกกัน(ใช้วิธีการแจกแจง)

$$(3x^2+4x+2)(2x^2+3x+5) = 6x^4+9x^3+15x^2+8x^3+12x^2+20x+4x^2+6x+10$$

$$= 6x^4+17x^3+31x^2+26x+10 \quad \#$$

วิธีที่ 2 การคูณพหุนามกำลังสองในแนวตั้ง

$$
\begin{array}{rl}
3x^2 + 4x + 2 & \times \\
\underline{2x^2 + 3x + 5} & \\
15x^2 + 20x + 10 & \leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow (5)(3x^2 + 4x + 2) \\
\underline{9x^3 + 12x^2 + 6x} & \leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow (3x)(3x^2 + 4x + 2) \quad + \\
6x^4 + 8x^3 + 4x^2 & \leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow (2x^2)(3x^2 + 4x + 2) \\
\underline{6x^4 + 17x^3 + 31x^2 + 26x + 10} &
\end{array}
$$

วิธีที่ 3 การคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตาราง

1) สร้างตารางโดยแยกพหุนามและสัมประสิทธิ์ของพหุนาม แล้วแทนค่าสัมประสิทธิ์ของพหุนาม ที่ต้องการหาผลคูณลงไปในตารางดังนี้

x^2	x^1	x^0
3	4	2
2	3	5

$\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow (3x^2 + 4x + 2)$

$\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow (2x^2 + 3x + 5)$

2) นำพหุนามที่มีดีกรีสูงสุดของตัวตั้งและตัวคูณ มาคูณกันเพื่อสร้างตารางคำตอบของผลคูณของพหุนาม ซึ่งก็คือ $x^2 \times x^2 = x^4$ซึ่งจะได้ตารางใหม่ที่มีรูปแบบดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		3	4	2
		2	3	5

โจทย์

คำตอบ

3) โดยวิธีการหาคำตอบเติมลงไปในช่องคำตอบของตารางมีวิธีการดังนี้

   1) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง x^0 หาได้จากการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $x^0 \times x^0$เท่านั้น

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		3	4	2
		2	3	5
				10

   2) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง x^1 หาได้จาก ผลบวกของการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง$x^0 \times x^1$ซึ่งมี 2 รูปแบบ ดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		3	4	2
		2	3	5
			26	

นั่นคือ(4x5)+(2x3)=26

   3) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง x^2 หาได้จาก ผลบวกของการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $x^0 \times x^2$ซึ่งมี 2 รูปแบบ และช่อง $x^1 \times x^1$ อีก 1 รูปแบบ ดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		3	4	2
		2	3	5
		31		

นั่นคือ(3x5)+(2x2)+(4x3)=31

4) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง x^3 หาได้จาก ผลบวกของการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $x^2 \times x^1$ซึ่งมี 2 รูปแบบ ดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		3	4	2
		2	3	5
	17			

นั่นคือ(3x3)+(2x4) =17

5) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง x^4 หาได้จาก ผลบวกของการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $x^2 \times x^2$ซึ่งมี 1 รูปแบบ ดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		3	4	2
		2	3	5
6				

นั่นคือ(3x2) =6

ซึ่งจากการคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตารางจะได้คำตอบ ดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		3	4	2
		2	3	5
6	17	31	26	10

สามารถเขียนให้อยู่ในรูปพหุนามได้เป็น $6x^4 + 17x^3 + 31x^2 + 26x + 10$

เมื่อทำการเปรียบเทียบคำตอบของการคูณพหุนามกำลังสองด้วยวิธีการที่ต่างกัน ผลปรากฏว่า ***มีค่าตรงกัน***

กรณีที่ 2ผลคูณของพหุนามกำลังสองที่มีสัมประสิทธิ์ของพหุนามกำลังสอง เป็นจำนวนเต็มลบ

<u>วิธีที่ 1 การคูณพหุนามกำลังสองในแนวนอน</u>ทำได้โดยการคูณแต่ละพจน์ของพหุนามหนึ่งกับทุกๆ พจน์ของอีกพหุนามหนึ่งแล้วนำผลคูณเหล่านั้นมาบวกกัน(ใช้วิธีการแจกแจง)

$$(-3x^2 - 4x - 2)(-2x^2 - 3x - 5) = 6x^4 + 9x^3 + 15x^2 + 8x^3 + 12x^2 + 20x + 4x^2 + 6x + 10$$

$$= 6x^4 + 17x^3 + 31x^2 + 26x + 10 \qquad \#$$

<u>วิธีที่ 2 การคูณพหุนามกำลังสองในแนวตั้ง</u>

$$\begin{array}{rl}
-3x^2 - 4x - 2 & \times \\
\underline{-2x^2 - 3x - 5} & \\
15x^2 + 20x + 10 & \leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow (-5)(-3x^2 - 4x - 2) \\
\underline{9x^3 + 12x^2 + 6x \quad} & \leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow (-3x)(-3x^2 - 4x - 2) \quad + \\
6x^4 + 8x^3 + 4x^2 \qquad\qquad & \leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow (-2x^2)(-3x^2 - 4x - 2) \\
\underline{\underline{6x^4 + 17x^3 + 31x^2 + 26x + 10}} &
\end{array}$$

<u>วิธีที่ 3 การคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตาราง</u>

4) สร้างตารางโดยแยกพหุนามและสัมประสิทธิ์ของพหุนาม แล้วแทนค่าสัมประสิทธิ์ของพหุนาม ที่ต้องการหาผลคูณลงไปในตารางดังนี้

x^2	x^1	x^0
-3	-4	-2
-2	-3	-5

←←←← $(-3x^2-4x-2)$
←←←← $(-2x^2-3x-5)$

5) นำพหุนามที่มีดีกรีสูงสุดของตัวตั้งและตัวคูณ มาคูณกันเพื่อสร้างตารางคำตอบของผลคูณของพหุนาม ซึ่งก็คือ $x^2 \times x^2 = x^4$ซึ่งจะได้ตารางใหม่ที่มีรูปแบบดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0	
		-3	-4	-2	โจทย์
		-2	-3	-5	
					คำตอบ

6) โดยวิธีการหาคำตอบเติมลงไปในช่องคำตอบของตารางมีวิธีการดังนี้

1) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง x^0 หาได้จากการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $x^0 \times x^0$เท่านั้น

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		-3	-4	-2
		-2	-3	-5
				10

2) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง x^1 หาได้จาก ผลบวกของการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $x^0 \times x^1$ซึ่งมี 2 รูปแบบ ดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		-3	-4	-2
		-2	-3	-5
			26	

นั่นคือ(-4x-5)+(-2x-3)=26

3) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง x^2 หาได้จาก ผลบวกของการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $x^0 \times x^2$ซึ่งมี 2 รูปแบบ และช่อง $x^1 \times x^1$ อีก 1 รูปแบบ ดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		-3	-4	-2
		-2	-3	-5
		31		

นั่นคือ(-3x-5)+(-2x-2)+(-4x-3)=31

4) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง x^3 หาได้จาก ผลบวกของการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $x^2 \times x^1$ซึ่งมี 2 รูปแบบ ดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		-3	-4	-2
		-2	-3	-5
	17			

นั่นคือ(-3x-3)+(-2x-4) =17

5) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง x^4 หาได้จาก ผลบวกของการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $x^2 \times x^2$ซึ่งมี 1 รูปแบบ ดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		-3	-4	-2
		-2	-3	-5
6				

นั่นคือ(-3x-2) =6

ซึ่งจากการคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตารางจะได้คำตอบ ดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		-3	-4	-2
		-2	-3	-5
6	17	31	26	10

สามารถเขียนให้อยู่ในรูปพหุนามได้เป็น $6x^4 + 17x^3 + 31x^2 + 26x + 10$

เมื่อทำการเปรียบเทียบคำตอบของการคูณพหุนามกำลังสองด้วยวิธีการที่ต่างกัน ผลปรากฏว่า ***มีค่าตรงกัน***

กรณีที่ 3ผลคูณของพหุนามกำลังสองที่มีสัมประสิทธิ์ของพหุนามกำลังสอง เป็นจำนวนเต็มบวกและจำนวนเต็มลบ

<u>การคูณพหุนามกำลังสองในแนวนอน</u>ทำได้โดยการคูณแต่ละพจน์ของพหุนามหนึ่งกับทุกๆพจน์ของอีกพหุนามหนึ่งแล้วนำผลคูณเหล่านั้นมาบวกกัน(ใช้วิธีการแจกแจง)

$$(3x^2 + 4x - 2)(-2x^2 - 3x + 5) = -6x^4 - 9x^3 + 15x^2 - 8x^3 - 12x^2 + 20x + 4x^2 + 6x - 10$$

$$= -6x^4 - 17x^3 + 7x^2 + 26x - 10 \qquad \#$$

<u>การคูณพหุนามกำลังสองในแนวตั้ง</u>

$$\begin{array}{rl}
3x^2 + 4x - 2 & \times \\
\underline{-2x^2 - 3x + 5} & \\
15x^2 + 20x - 10 & \leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow (5)(3x^2 + 4x - 2) \\
\underline{-9x^3 - 12x^2 + 6x} & \leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow (-3x)(3x^2 + 4x - 2) \quad + \\
-6x^4 - 8x^3 + 4x^2 & \leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow (-2x^2)(3x^2 + 4x - 2) \\
\underline{\underline{-6x^4 - 17x^3 + 7x^2 + 26x - 10}} &
\end{array}$$

<u>การคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตาราง</u>

7) สร้างตารางโดยแยกพหุนามและสัมประสิทธิ์ของพหุนาม แล้วแทนค่าสัมประสิทธิ์ของพหุนาม ที่ต้องการหาผลคูณลงไปในตารางดังนี้

x^2	x^1	x^0	
3	4	-2	$\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow (3x^2 + 4x - 2)$
-2	-3	5	$\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow (-2x^2 - 3x + 5)$

8) นำพหุนามที่มีดีกรีสูงสุดของตัวตั้งและตัวคูณ มาคูณกันเพื่อสร้างตารางคำตอบของผลคูณของพหุนาม ซึ่งก็คือ $x^2 \times x^2 = x^4$ซึ่งจะได้ตารางใหม่ที่มีรูปแบบดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0	
		3	4	-2	โจทย์
		-2	-3	5	
					คำตอบ

9) โดยวิธีการหาคำตอบเติมลงไปในช่องคำตอบของตารางมีวิธีการดังนี้

1) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง x^0 หาได้จากการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $x^0 \times x^0$เท่านั้น

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		3	4	-2
		-2	-3	5
				-10

2) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง x^1 หาได้จาก ผลบวกของการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $x^0 \times x^1$ซึ่งมี 2 รูปแบบ ดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		3	4	-2
		-2	-3	5
			26	

นั่นคือ(4x5)+(-2x-3)=26

3) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง x^2 หาได้จาก ผลบวกของการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $x^0 \times x^2$ซึ่งมี 2 รูปแบบ และช่อง $x^1 \times x^1$ อีก 1 รูปแบบ ดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		3	4	-2
		-2	-3	5
		7		

นั่นคือ(3x5)+(-2x-2)+(4x-3)=7

4) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง x^3 หาได้จาก ผลบวกของการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $x^2 \times x^1$ซึ่งมี 2 รูปแบบ ดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		3	4	-2
		-2	-3	5
	-17			

นั่นคือ(3x-3)+(-2x4) =-17

5) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง x^4 หาได้จาก ผลบวกของการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $x^2 \times x^2$ซึ่งมี 1 รูปแบบ ดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		3	4	-2
		-2	-3	5
-6				

นั่นคือ(3x-2) =-6

ซึ่งจากการคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตารางจะได้คำตอบ ดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		3	4	-2
		-2	-3	5
-6	-17	7	26	-10

สามารถเขียนให้อยู่ในรูปพหุนามได้เป็น $-6x^4 - 17x^3 + 7x^2 + 26x - 10$

เมื่อทำการเปรียบเทียบคำตอบของการคูณพหุนามกำลังสองด้วยวิธีการที่ต่างกัน ผลปรากฏว่า ***มีค่าตรงกัน***

3.2) เปรียบเทียบคำตอบจากการคูณพหุนามกำลังสองด้วยวิธีการต่างๆ กัน ซึ่งผลปรากฎว่า คำตอบของการคูณพหุนามกำลังสองทั้ง 3 วิธีการ มีค่าตรงกันดังนั้นจากทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และหลักการให้เหตุผลแบบอุปนัยเมื่อคณะผู้จัดทำได้ทำการทดลองเปลี่ยนตัวเลขของโจทย์ไปเรื่อยๆเพื่อทำการวิเคราะห์และหาข้อสรุป แล้วปรากฏว่าผลลัพธ์ที่ได้มีค่าตรงกันทุก

กรณีและทุกเงื่อนไข จึงสามารถสรุปได้ว่า การคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตาราง สามารถนำไปใช้ได้จริง

3.3) คณะผู้จัดทำได้ทำการทดลองเปลี่ยนค่าของพหุนามตัวแปร x เป็นตัวเลข 10 เพื่อทดสอบการประยุกต์ใช้จากการคูณพหุนามกำลังสองเป็นการคูณจำนวนหลักร้อยหรือจำนวนที่มีค่าตั้งแต่ 100 – 999 ซึ่งผู้ทำการทดลองได้ยกกรณีที่ 1 ของการคูณพหุนามกำลังสองมาทำการทดสอบ ดังนี้

<u>วิธีการประยุกต์การคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตาราง เพื่อหาผลคูณจำนวนหลักร้อย</u>

10) สร้างตารางโดยแยกพหุนามและสัมประสิทธิ์ของพหุนาม แล้วแทนค่าสัมประสิทธิ์ของพหุนาม ที่ต้องการหาผลคูณลงไปในตาราง โดยเปลี่ยนค่าพหุนาม x เป็นตัวเลข 10 จะได้จำนวนที่มีค่าระหว่าง 100 – 999 ดังนี้

10^2	10^1	10^0
4	5	2
1	6	3

←←← $(4(10^2) + 5(10) + 2) = 452$
←←← $(1(10)^2 + 6(10) + 3)$ = 163

11) นำพหุนามที่มีดีกรีสูงสุดของตัวตั้งและตัวคูณ มาคูณกันเพื่อสร้างตารางคำตอบของผลคูณของพหุนาม ซึ่งก็คือ $10^2 \times 10^2 = 10^4$ซึ่งจะได้ตารางใหม่ที่มีรูปแบบดังนี้

10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
		4	5	2
		1	6	3

โจทย์
คำตอบ

12) โดยวิธีการหาคำตอบเติมลงไปในช่องคำตอบของตารางมีวิธีการดังนี้

1) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง 10^0 หาได้จากการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $10^0 \times 10^0$ เท่านั้น

10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
		4	5	2
		1	6	3
				6

นั่นคือ(3x2)=6

2) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง 10^1 หาได้จาก ผลบวกของการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $10^0 \times 10^1$ซึ่งมี 2 รูปแบบ ดังนี้

10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
		4	5	2
		1	6	3
		2	7	

นั่นคือ(3x5)+(2x6)=27
โดยใส่ตัวเลข 7 แล้วทด 2 ในช่องที่มีดีกรีสูงขึ้นนั้นคือช่อง 10^2

3) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง 10^2 หาได้จาก ผลบวกของการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $10^0 \times 10^2$ซึ่งมี 2 รูปแบบ และช่อง $10^1 \times 10^1$ อีก 1 รูปแบบ ดังนี้

นั่นคือ(4x3)+(2x1)+(5x6)=44
นำ 44 บวกตัวทด 2 จะได้ 46
ดังนั้นใส่เลข 6 แล้วทดเลข 4 ในช่องมีดีกรีสูงขึ้นนั้นคือช่อง 10^3

10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
		4	5	2
		1	6	3
	4	6		

4) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง 10^3 หาได้จาก ผลบวกของการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $10^2 \times 10^1$ซึ่งมี 2 รูปแบบ ดังนี้

10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
		4	5	2
		1	6	3
3	3			

นั่นคือ(4x6)+(5x1) =29 นำ 29 บวกตัวทด 4 จะได้ 33 ดังนั้นใส่เลข 3 แล้วทดเลข 3 ในช่องมีดีกรีสูงขึ้นนั้นคือช่อง 10^4

5) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง 10^4 หาได้จาก ผลบวกของการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $10^2 \times 10^2$ซึ่งมี 1 รูปแบบ ดังนี้

10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
		4	5	2
		1	6	3
7				

นั่นคือ(4x1) =4 บวกตัวทด 3 จะได้ 7 ดังนั้น จึงใส่เลข 7

ซึ่งจากประยุกต์การคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตาราง เพื่อหาผลคูณของจำนวนหลักร้อยหรือจำนวนที่มีค่าตั้งแต่ 100 – 999 จะได้คำตอบของ 452×163 ดังนี้

10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
		4	5	2
		1	6	3
7	3	6	7	6

สามารถเขียนให้อยู่ในรูปจำนวนได้เป็น 73676ซึ่งมีค่าเท่ากับการคูณโดยใช้วิธีการตั้งคูณแบบทั่วไป

3.4) ทำการทดลองเปลี่ยนตัวเลขของโจทย์ไปเรื่อยๆเพื่อทำการวิเคราะห์และหาข้อสรุป ผลปรากฏว่าผลลัพธ์ที่ได้มีค่าตรงกันกับการตั้งคูณแบบทั่วไป ดังนั้นจากหลักการให้เหตุผลแบบอุปนัยและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จึงสามารถสรุปได้ว่า การคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตารางสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับการคูณจำนวนหลักร้อยได้จริง

4. ขั้นสรุปและรายงานผล

4.1 ประชุมแบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบให้แต่ละคนในการเขียนรายงานโครงงาน

4.2 ดำเนินการจัดทำโครงงานฉบับร่าง

4.3 นำเสนอรายงานการจัดทำโครงงานฉบับร่างให้ครูที่ปรึกษาโครงงานตรวจสอบรวมทั้งให้ข้อเสนอแนะ

4.4 แก้ไขปรับปรุงรายงาน ตามที่ครูที่ปรึกษาโครงงานได้ให้ข้อเสนอแนะ

4.5 จัดทำรูปเล่มโครงงานคณิตศาสตร์ฉบับสมบูรณ์ ตรวจพิสูจน์อักษร และเรียบเรียงเนื้อหา

4.6 เสนอรายงานโครงงานคณิตศาสตร์ฉบับสมบูรณ์ต่อครูที่ปรึกษาโครงงาน ตรวจสอบ รับรองและเผยแพร่โครงงานต่อไป

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษา

1. วิธีการหาผลคูณของพหุนามทั้งแบบแนวนอนและแบบแนวตั้ง
2. วิธีการคูณเลข
3. ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
4. หลักการให้เหตุผลแบบอุปนัย

บทที่ 4

ผลการดำเนินการ

จากการศึกษาข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูลในการจัดทำโครงงานคณิตศาสตร์เรื่อง มหัศจรรย์การคูณพหุนามกำลังสอง ได้ทำการศึกษาแยกเป็น 2 ส่วนดังนี้

ส่วนที่ 1 การหารูปแบบการคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตาราง

ส่วนที่ 2 การประยุกต์การคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตารางเพื่อหาผลคูณของจำนวนหลักร้อย

ส่วนที่ 1 การหารูปแบบการคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตารางโดยใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รูปแบบความสัมพันธ์และหลักการให้เหตุผลแบบอุปนัย

1. **การหารูปแบบการคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตาราง**

ถ้ากำหนดให้$ax^2 + bx + c$ และ $px^2 + qx + r$เป็นพหุนามกำลังสอง ที่มีค่า a, b, c, p, q, rเป็นจำนวนเต็มใดๆแล้ว ผลคูณของพหุนามกำลังสอง $ax^2 + bx + c$ กับ $px^2 + qx + r$สามารถหาได้จากรูปแบบการคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตาราง ดังนี้

1) สร้างตารางโดยแยกพหุนามและสัมประสิทธิ์ของพหุนาม แล้วแทนค่าสัมประสิทธิ์ของพหุนามที่ต้องการหาผลคูณลงไปในตารางดังนี้

x^2	x^1	x^0
a	b	c
p	q	r

←←←← $(ax^2 + \mathrm{bx} + \mathrm{c})$
←←←← $(\mathrm{p}x^2 + \mathrm{qx} + \mathrm{r})$

2) นำพหุนามที่มีดีกรีสูงสุดของตัวตั้งและตัวคูณ มาคูณกันเพื่อสร้างตารางคำตอบของผลคูณของ พหุนาม ซึ่งก็คือ $x^2 \times x^2 = x^4$ซึ่งจะได้ตารางใหม่ที่มีรูปแบบดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		a	b	c
		p	q	r

โจทย์

คำตอบ

3) โดยวิธีการหาคำตอบเติมลงไปในช่องคำตอบของตารางมีวิธีการดังนี้

3.1) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง x^0 หาได้จากการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $x^0 \times x^0$ เท่านั้น

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		a	b	c
		p	q	r
				cr

3.2) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง x^1 หาได้จาก ผลบวกของการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $x^0 \times x^1$ซึ่งมี 2 รูปแบบ ดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		a	b	c
		p	q	r
			$br + cq$	

นั่นคือ$br + cq$

3.3) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง x^2 หาได้จาก ผลบวกของการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $x^0 \times x^2$ซึ่งมี2 รูปแบบ และช่อง $x^1 \times x^1$ อีก 1 รูปแบบ ดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		a	b	c
		p	q	r
		$ar + bq + cp$		

นั่นคือ$ar + bq + cp$

3.4) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง x^3 หาได้จาก ผลบวกของการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $x^2 \times x^1$ซึ่งมี 2 รูปแบบ ดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		a	b	c
		p	q	r
	$aq + bp$			

นั่นคือ$aq + bp$

3.5) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง x^4 หาได้จาก ผลบวกของการคูณสัมประสิทธิ์ในช่อง $x^2 \times x^2$ซึ่งมี1 รูปแบบ ดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		a	b	c
		p	q	r
ap				

นั่นคือap

ซึ่งจากการคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตารางจะได้รูปแบบของวิธีการหาคำตอบ ดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		a	b	c
		p	q	r
ap	$aq + bp$	$ar + bq + cp$	$br + cq$	cr

2. **การหาสูตรผลคูณของพหุนามกำลังสอง** ซึ่งจากวิธีการหาผลคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตาราง คณะผู้จัดทำสามารถสรุปสูตรผลคูณของพหุนามกำลังสอง ได้คือ
   $(ap)x^4 + (aq + bp)x^3 + (ar + bq + cp)x^2 + (br + cq)x + cr$
   เมื่อ $ax^2 + bx + c$ และ $px^2 + qx + r$เป็นพหุนามกำลังสอง ที่มีค่าa, b, c, p, q, rเป็นจำนวนเต็มใดๆ
   โดยหลักการให้เหตุผลแบบอุปนัย จึงสรุปเป็นรูปแบบการคูณพหุนามกำลังสองที่ง่ายต่อการจำ คือ

1	2	3	2	1

ส่วนที่ 2 การประยุกต์การคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตาราง เพื่อหาผลคูณของจำนวนหลักร้อยหรือผลคูณของเลข 3 หลัก

ถ้ากำหนดให้ $ax^2 + bx + c$ และ $px^2 + qx + r$เป็นพหุนามกำลังสอง ที่มีค่า a, b, c, p, q, rเป็นจำนวนเต็มบวกใดๆและ $x = 10$แล้ว ผลคูณของจำนวนหลักร้อยหรือผลคูณของเลข 3 หลัก สามารถหาได้จากการประยุกต์รูปแบบการคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตาราง ดังนี้

1) สร้างตารางโดยแยกพหุนามและสัมประสิทธิ์ของพหุนาม แล้วแทนค่าสัมประสิทธิ์ของพหุนามที่ต้องการหาผลคูณลงไปในตาราง โดยเปลี่ยนค่าพหุนาม x เป็นตัวเลข 10 จะได้จำนวนที่มีค่าระหว่าง 100 – 999 ดังนี้

10^2	10^1	10^0
a	b	c
p	q	r

←←← $(a(10)^2 + \mathrm{b}(10) + \mathrm{c})$=abc
←←← $(\mathrm{p}(10)^2 + \mathrm{q}(10) + \mathrm{r})$=pqr

2) นำเลขยกกำลังที่มีดีกรีสูงสุดของตัวตั้งและตัวคูณ มาคูณกันเพื่อสร้างตารางคำตอบของผลคูณของเลขยกกำลัง ซึ่งก็คือ $10^2 \times 10^2 = 10^4$ซึ่งจะได้ตารางใหม่ที่มีรูปแบบดังนี้

10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
		a	b	c
		p	q	r

โจทย์
คำตอบ

3) โดยวิธีการหาคำตอบเติมลงไปในช่องคำตอบของตารางมีวิธีการดังนี้

3.1) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง 10^0 หาได้จากการคูณตัวเลขในช่อง $10^0 \times 10^0$ เท่านั้น

10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
		a	b	c
		p	q	r
				cr

3.2) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง 10^1 หาได้จาก ผลบวกของการคูณตัวเลขในช่อง $10^0 \times 10^1$ซึ่งมี 2 รูปแบบ ดังนี้

10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
		a	b	c
		p	q	r
			$br + cq$	

นั่นคือ$br + cq$

3.3) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง 10^2 หาได้จาก ผลบวกของการคูณตัวเลขในช่อง $10^0 \times 10^2$ ซึ่งมี 2 รูปแบบ และช่อง $10^1 \times 10^1$ อีก 1 รูปแบบ ดังนี้

10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
		a	b	c
		p	q	r
		$ar + bq + cp$		

นั่นคือ$ar + bq + cp$

3.4) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง 10^3 หาได้จาก ผลบวกของการคูณตัวเลขในช่อง $10^2 \times 10^1$ซึ่งมี 2 รูปแบบ ดังนี้

10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
		a	b	c
		p	q	r
	$aq+bp$			

นั่นคือ$aq+bp$

3.5) ค่าตัวเลขที่เป็นคำตอบของช่อง 10^4 หาได้จาก ผลบวกของการคูณตัวเลขในช่อง $10^2 \times 10^2$ ซึ่งมี 1 รูปแบบ ดังนี้

10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
		a	b	c
		p	q	r
ap				

นั่นคือap

ซึ่งจากการคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตาราง จะได้รูปแบบของวิธีการหาคำตอบ ดังนี้

10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
		a	b	c
		p	q	r
ap	$aq+bp$	$ar+bq+cp$	$br+cq$	cr

โดย ถ้าในแต่ละช่องคำตอบมีค่าตัวเลขเกิน 1 หลัก ให้แทนตัวเลขหลักหน่วยในช่องของตนเอง แล้วทำการทดตัวเลขหลักสิบในช่องที่มีดีกรีสูงกว่าเสมอ

จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้น สามารถวิเคราะห์จนสรุปเป็นสูตรการคูณจำนวนหลักร้อยหรือสูตรการคูณเลข 3 หลัก คือ

$$abc \times pqr = \underbrace{ap}_{\text{หลักหมื่น}}\ /\underbrace{aq+bp}_{\text{หลักพัน}}/\ \underbrace{ar+bq+cp}_{\text{หลักร้อย}}\ /\underbrace{br+cq}_{\text{หลักสิบ}}\ /\ \underbrace{cr}_{\text{หลักหน่วย}}$$

โดยหลักการให้เหตุผลแบบอุปนัย จึงสรุปเป็นรูปแบบการคูณจำนวนหลักร้อยที่ง่ายต่อการจำ คือ

1	2	3	2	1

บทที่ 5

สรุป อภิปรายและข้อเสนอแนะ

ในการจัดทำโครงงานคณิตศาสตร์ เรื่อง “มหัศจรรย์การคูณพหุนามกำลังสอง”นี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1. หารูปแบบการคูณพหุนามกำลังสองอย่างง่ายโดยวิธีการใช้ตาราง
2. เพื่อนำรูปแบบการคูณพหุนามกำลังสองอย่างง่ายไปประยุกต์ใช้ในการคูณจำนวนหลักร้อย

สรุปผล

จากการศึกษาหารูปแบบการคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตาราง สามารถสรุปผลได้ดังนี้

1. รูปแบบการคูณพหุนามกำลังสอง โดยวิธีการใช้ตารางคือ

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		a	b	c
		p	q	r
ap	$aq+bp$	$ar+bq+cp$	$br+cq$	cr

โดยมีสูตรผลคูณของพหุนามกำลังสอง คือ

$$(ap)x^4+(aq+bp)x^3+(ar+bq+cp)x^2+(br+cq)x+cr$$

เมื่อ ax^2+bx+c และ px^2+qx+rเป็นพหุนามกำลังสอง ที่มีค่าa,b,c,p,q,rเป็นจำนวนเต็มใดๆ

สรุปเป็นรูปแบบการคูณพหุนามกำลังสองที่ง่ายต่อการจำคือ

1	2	3	2	1

2. การหาผลคูณจำนวนหลักร้อยหรือผลคูณของเลข 3 หลัก จากการประยุกต์รูปแบบการคูณพหุนามกำลังสองโดยวิธีการใช้ตารางมีรูปแบบ คือ

10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
		a	b	c
		p	q	r
ap	$aq+bp$	$ar+bq+cp$	$br+cq$	cr

โดยสรุปเป็นสูตรการคูณจำนวนหลักร้อยหรือสูตรการคูณเลข 3 หลัก คือ

$$abc\times pqr=\underbrace{ap}_{\text{หลักหมื่น}}\ /\ \underbrace{aq+bp}_{\text{หลักพัน}}/\ \underbrace{ar+bq+cp}_{\text{หลักร้อย}}\ /\underbrace{br+cq}_{\text{หลักสิบ}}\ /\ \underbrace{cr}_{\text{หลักหน่วย}}$$

สรุปเป็นรูปแบบการคูณจำนวนหลักร้อยที่ง่ายต่อการจำคือ

1	2	3	2	1

อภิปรายผล

จากการทำโครงงานเรื่อง “มหัศจรรย์การคูณพหุนามกำลังสอง” ของนักเรียนชุมนุมคณิตศาสตร์ โรงเรียนยางวิทยาคม อำเภอบรบือ จังหวัดมหาสารคาม ได้ทำการศึกษารูปแบบการคูณพหุนามกำลังสอง และรูปแบบการคูณเลขหลักร้อย โดยวิธีการใช้ตาราง ใช้การอ้างอิงหลักการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์และอาศัยทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลแบบอุปนัยมีรายละเอียดดังนี้

x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
		a	b	c
		p	q	r
ap	$aq+bp$	$ar+bq+cp$	$br+cq$	cr

โดยมีสูตรผลคูณของพหุนามกำลังสอง คือ

$$(ap)x^4+(aq+bp)x^3+(ar+bq+cp)x^2+(br+cq)x+cr$$

เมื่อ ax^2+bx+c และ px^2+qx+rเป็นพหุนามกำลังสอง ที่มีค่าa,b,c,p,q,rเป็นจำนวนเต็มใดๆ แล้วนำมาหาความสัมพันธ์ของการคูณจำนวนหลักร้อยหรือการคูณเลข 3 หลัก โดยวิธีการใช้ตาราง ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้มีค่าตรงกันกับการคูณโดยใช้รูปแบบปกติ แต่มีความกระชับและสามารถทำได้ง่ายขึ้น สะดวกต่อการนำไปใช้ สามารถสรุปเป็นสูตรอย่างง่าย คือ

10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
		a	b	c
		p	q	r
ap	$aq+bp$	$ar+bq+cp$	$br+cq$	cr

โดยสรุปเป็นสูตรการคูณจำนวนหลักร้อยหรือสูตรการคูณเลข 3 หลัก คือ

$$abc\times pqr=\underbrace{ap}_{\text{หลักหมื่น}}\ /\ \underbrace{aq+bp}_{\text{หลักพัน}}/\ \underbrace{ar+bq+cp}_{\text{หลักร้อย}}\ /\underbrace{br+cq}_{\text{หลักสิบ}}\ /\ \underbrace{cr}_{\text{หลักหน่วย}}$$

และจากหลักการให้เหตุผลแบบอุปนัยและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทำให้สามารถสรุปเป็นรูปแบบการคูณพหุนามกำลังสองและรูปแบบการคูณเลขหลักร้อยที่ง่ายต่อการจำคือ

1	2	3	2	1

ข้อเสนอแนะ

1. ควรมีการคิดค้นวิธีการพิสูจน์ทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์เรื่องอื่น ๆ
2. ควรขยายผลการทดสอบ โดยการพิสูจน์ผลการคูณพหุนามที่มีดีกรีสูงขึ้นโดยใช้หลักการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย
3. ควรคิดค้น เทคนิคหรือวิธีการที่จะนำรูปภาพหรือสัญลักษณ์มาใช้ในทางคณิตศาสตร์มากขึ้น เพื่อสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

บรรณานุกรม

การให้เหตุผลแบบอุปนัย (ออนไลน์).(2559) สืบค้นจาก:
https://sites.google.com/site/jirapornsringam/kar-hi-hetuphl-baeb-xupnay-inductive-reasoning

การคูณ (ออนไลน์).(2559).27กันยายน 2559.จาก:
https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%81%E0%B8%B2%E0%B8%A3%E0%B8%84%E0%B8%B9%E0%B8%93

การคูณพหุนาม (ออนไลน์).(2559).27กันยายน 2559.จาก:
https://sites.google.com/site/51mathm105/hnwy-thi-3-phhu-nam/2-2-kar-khun-laea-kar-har-phhu-nam

พหุนาม (ออนไลน์).(2559).27กันยายน 2559.จาก:
https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%9E%E0%B8%AB%E0%B8%B8%E0%B8%99%E0%B8%B2%E0%B8%A1

ว่าด้วยทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์.(2553).27 กันยายน 2559. สืบค้นจาก:
http://www.sahavicha.com/?name=media&file=readmedia&id=1937